

# CML を用いた火山噴煙のアニメーション

水野 良一† 土橋 宜典‡ 西田 友是†  
†東京大学 ‡北海道大学

## 概要

火山噴煙のアニメーションは自然災害時のシミュレーションなどに有用である。本稿では、リアルな火山噴煙のアニメーションを作成するため、高度による大気密度の違いおよび火山噴煙中の固体部分の損失を考慮し、物理法則に基づいた火山噴煙の振舞いのモデルを提案する。このモデルは、ナビエ・ストークス方程式 (N-S 方程式) の一種として表わされる。そこで、低コストな解法である Coupled Map Lattice (CML) などを用いて、このモデルの N-S 方程式を効率よく、安定に計算する手法を提案する。これにより、我々は、火山噴煙のリアルな振舞いを実用的な計算時間で計算するシステムを実現する。このシステムでは、多様な形状の火山噴煙が噴出する様子をいくつかのパラメータを変更するだけで計算することができる。そして、火山噴煙の振舞いの計算結果からリアルな画像をレンダリングする。以上により、火山噴煙が噴出する様子のアニメーションを効率よく、安定に生成する手法を確立した。

## Animation of Volcanic Smoke using CML

Ryoichi Mizuno† Yoshinori Dobashi‡ Tomoyuki Nishita†  
†The University of Tokyo ‡Hokkaido University

## Abstract

The animation of the volcanic smoke is useful for natural disaster simulations, entertainments, etc. In this paper, we propose a model to generate realistic animations of the volcanic smoke. The model is designed by taking the variety of the atmospheric density along the height and the loss of the pyroclasts (fragments of magma). Thus, the model is based on the dynamics of the volcanic smoke. Moreover, we solve the Navier-Stokes equations of the model by using the Coupled Map Lattice (CML) that is an efficient solver. Hence, in our system, the behavior of the volcanic smoke can be calculated in practical calculation time, and various shapes of the volcanic smoke can be generated by only changing some parameters. Therefore, realistic volcanic smoke animations can be created by our system efficiently.

## 1 はじめに

火山噴煙が噴出する様子のアニメーションの生成は災害時のシミュレーションや映画・ゲームなどのエンターテインメントに適用することができ、有用である。しかしながら、我々が知る限りでは、コンピュータグラフィックス (CG) の分野で物理法則に基づいた火山噴煙の振舞いのシミュレーションと可視化に関する研究は行われていない。一方、商業用ソフトウェアには火山噴煙のアニメーションを作成できるものがある [20, 21]。しかし、それらはパーティクルをユーザが指定した軌道で移動させることによって火山噴煙の動きを得ている。そのため、商業用ソフトウェアで生成した火山噴煙のアニメーションは物理的な根拠が薄い。また、主に地球惑星科学の分野で多くの火山噴煙の振舞いのモデルが提案されている [8]。しかし、それらは非常に厳密な結果を得るために多くの計算時間を要す

る。本稿では、リアルな火山噴煙のアニメーションを実用的な計算時間で作成するため、火山噴煙のダイナミックスを考慮し、その本質を失わない程度に簡略化された火山噴煙の振舞いのモデルを提案する。このモデルでは、火山噴煙の形状を決定する重要な要素である以下の二点を考慮することができる。

- 高度による大気密度の違い  
これにより、火山噴煙特有の円錐型の形状が形成される (詳細は 3.3 節参照)
- 火山噴煙中に含まれる固体部分の損失  
これにより、噴出物の構成要素の違いによる火山噴煙の形状の多様性を表現することができる (詳細は 3.2 節参照)

そして、このモデルの効率よく、安定な解法を提案する。この方法では、低コストで定性的な解法である CML 法 [11] とタイムステップが大きい場合でも安定な解法である semi-Lagrangian Advection Scheme

[13]を用いる。

以降、第2節で本研究に関連が深い従来法について、第3節で火山噴煙の振舞いのモデルについて、第4節でその解法について述べる。第5節では、本手法による火山噴煙のシミュレーション結果を示す。そして、第6節でまとめと今後の課題について述べる。

## 2 従来法

前節で述べたように、CG の分野で物理法則に基づいた火山噴煙の振舞いのシミュレーションおよびその可視化に関する研究は行われていない。一方、煙[4, 6, 13]、雲[1, 2, 9, 11]、水[3, 5, 7]、炎[10, 12, 19]などの流体の複雑な振舞いのシミュレーションと可視化は、多く行われている。Kajiya らは、CG の分野ではじめて流体の発展方程式を用いて雲の成長シミュレーションを行う手法を提案した[9]。しかし、当時の計算機パワーでは粗いグリッドでの計算しか行うことができず、十分な結果は得られていない。Foster らは、比較的粗いグリッドでもリアルな煙の動きを生成できる手法を提案した[6]。しかし、この手法ではタイムステップを非常に小さくする必要があり、多くの計算コストを必要とした。Stam は、N-S 方程式の移流項の計算に semi-Lagrangian Advection Scheme を用いることで、タイムステップが大きい場合でも安定に計算できる手法を提案した[13]。そして、Fedkiw らは Stam の手法を基礎として、数値計算の過程で失われる小さなスケールの渦を表現する vorticity confinement と呼ばれる手法を導入した[4]。しかし、これらの研究では、解析空間として実験室などの比較的狭い空間を想定していた。そのため、火山噴煙の形状を決定する重要な要素である高度差に起因する大気圧の勾配などは考慮されていない。Miyazaki らは CML を用いて雲の振舞いをシミュレーションする手法を提案した[11]。しかし、この手法は雲のアニメーションを生成することに特化したものであった。そのため、この手法を直接火山噴煙のアニメーションを生成する手法に適用することはできない。

## 3 火山噴煙の振舞いのモデル

### 3.1 大気流体の発展方程式

大気流体は速度が音速以上である場合を除いて圧縮性は無視でき、粘性は非常に小さい。そして、火山噴煙の噴出する速度は一般に音速未満である。そこで、提案手法では、大気流体を非圧縮性・非粘性の流体と仮定する。このことにより、大気流体の発展方程式として次式の非圧縮性・非粘性の N-S 方程式を得る。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \nabla p + \mathbf{f}. \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{u}$  は大気流体の速度ベクトルであり、 $\mathbf{u} = (u, v, w)$  である。また、 $p$  は大気流体の圧力、 $\mathbf{f}$  は大気流体に働く外力である。式(1)は単位体積に流入する大気流体の体積と流出する大気流体の体積が等しいことを表し、連続の式と呼ばれる。式(2)の右辺第1項は速度による大気流体の移動を表し、移流項と呼ばれる。第2項は速度が圧力の勾配によって変化することを表し、圧力項と呼ばれる。第3項は速度が外力によって変化することを表し、外力項と呼ばれる。

ここで、提案手法では CML の考え方を用いる。CML とは、手続きを形成するダイナミクスを導入し、適当な局所秩序パラメータを選択することにより現象を表現する手法である。ここではこの考え方を用いて、定性的に大気流体のシミュレーションを行う。そこで、式(1)と式(2)の右辺第2項を近似し(詳細は[15, 16, 17, 18]参照) 次式の N-S 方程式の近似式を得る。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \eta \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mathbf{f}. \quad (3)$$

ここで、 $\eta$  は拡散の度合いを表すパラメータで、正の定数である。 $\eta$  は拡散係数と呼ばれる。この CML を用いた N-S 方程式の近似式により、圧力の効果と連続性の効果の計算で一般に必要とされる繰り返し計算が不要となる。

### 3.2 火山噴煙の発展方程式

火山噴煙は大気流体によって運ばれる。また、火山噴煙の密度は火山噴煙中の固体部分が落下することにより減少する。すなわち、火山噴煙の密度  $\rho$  は次式の発展方程式によって求められる。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -(\mathbf{u} \cdot \nabla) \rho - \kappa(z) \rho. \quad (4)$$

ここで、 $\kappa(z)$  は火山噴煙の密度の減少の度合いを表すパラメータで、高度  $z$  の関数である。本稿では、 $\kappa(z)$  を減少係数と呼ぶことにする。減少係数は以下の点を考慮して設定する必要がある。

- 高度が低い噴出口付近では、火山噴煙は、火山岩塊と呼ばれる比較的大きな粒径の固体部分を多く含む。そのため、火山噴煙の密度は火山岩塊が落下することによって急速に失われる。これをシミュレートするため、高度が低い噴出口付近では、減少係数を大きく設定する必要がある。
- 高度が高い部分では、火山噴煙の大部分が火山灰

と呼ばれる粒径の小さな固体部分と気体部分から構成され、火山噴煙の密度はほとんど失われぬ。したがって、高度が高い部分では、減少係数を小さく設定する必要がある。

減少係数を様々に設定することで、噴出物の構成要素の違いによる火山噴煙の形状の多様性を表現することができる。本システムでは、この減少係数の設定はユーザがGUI(図1参照)を介してベジエ曲線を用いて設定する。

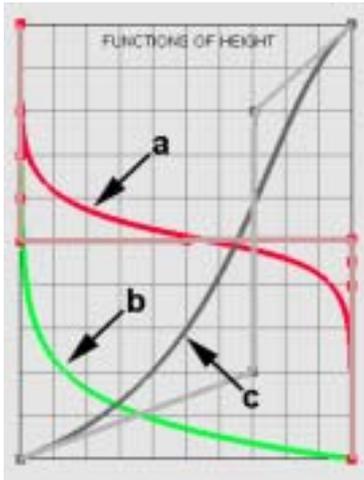


図 1: GUI を用いた高度の関数 (a: 減少係数, b: 大気密度, c: 横風の強さ) の設定 - 横軸 (最小値: 0, 最大値: 各関数の最大値): 各関数の強度, 縦軸: 高度

本 GUI では、各高度における減少係数と横風の強さを、ベジエ曲線の制御点をクリック・アンド・ドラッグすることにより設定することができる。また、式(6)に従う各高度における大気密度を表示する。

### 3.3 浮力

火山噴煙の密度と大気密度の差によって、浮力が生じる。この浮力は、大気流体の速度場に影響を与える。浮力  $f_{buoy}$  は式(5)で表される。ただし、 $f_{buoy}$  は火山噴煙の密度  $\rho$  が微小な閾値  $\rho_\epsilon (> 0)$  以上である火山噴煙によって占有されているボクセルに対してのみ適用する。また、 $f_{buoy}$  の鉛直成分が負の場合、 $f_{buoy}$  は鉛直下向きに働く。

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{buoy} &= \alpha(\rho_{atm}(z) - \rho)\mathbf{z} \quad (\rho \geq \rho_\epsilon), \\ \mathbf{f}_{buoy} &= \mathbf{0} \quad (\text{otherwise}). \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 $\alpha$  は浮力の係数で、正の定数、 $\mathbf{z}$  は鉛直上向きの単位ベクトル(0, 0, 1)である。そして、 $\rho_{atm}(z)$  は大気密度であり、高度  $z$  の関数として指数関数を用いて次式で表される。

$$\rho_{atm}(z) = \rho_0 \exp\left(-\frac{z}{He}\right). \quad (6)$$

ここで、 $\rho_0$  は地上 ( $z = 0$ ) での大気密度であり、 $He$  は高度の変化に伴う大気密度変化の度合いを表すパラメータで、スケールハイトと呼ばれる。式(5)で表される浮力は火山噴煙の形状を決定する上で非常に重要な役割を持っている。火山噴煙特有の円錐型の形状は以下のダイナミクスに従って形成される(図2参照)。

- ガス推進域 (gas thrust region) と呼ばれる高度が低い噴出口付近では、大気密度は火山噴煙の密度よりも小さい。すなわち、 $f_{buoy}$  の鉛直成分は負となり、 $f_{buoy}$  は鉛直下向きに働く。しかし、噴出時の運動量の方が  $f_{buoy}$  よりも支配的であるため、火山噴煙は鉛直上方に運ばれる。
- 対流域 (convective region) と呼ばれる鉛直上方の部分では、大気密度は火山噴煙の密度よりも大きい。すなわち、 $f_{buoy}$  の鉛直成分は正となり、 $f_{buoy}$  は鉛直上方に働く。そのため、火山噴煙はさらに鉛直上方に運ばれる。
- 傘型域 (umbrella region) と呼ばれる対流域よりも上方の領域では、大気密度は火山噴煙の密度とほぼ等しくなる。すなわち、 $f_{buoy}$  はほぼ 0 となる。そのため、火山噴煙は上昇を止める。

提案手法では、大気密度を式(6)に従って設定することにより、このような性質を満たす噴煙を形成できる。

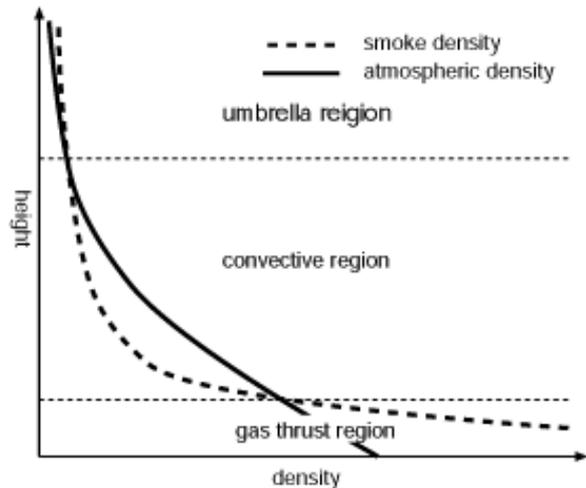


図 2: 火山噴煙の密度と大気密度の関係

### 3.4 小さなスケールの渦の表現

次節で述べる方法により、火山噴煙の振舞いを効率よく、安定に計算することができるが、数値計算による誤差のため、小さなスケールの渦が消滅してしまう。

この問題を解決するため、Fedkiw らの手法[4]を利用し、数値計算の過程で失われた小さなスケールの渦を外力  $\mathbf{f}_{conf}$  を加えることで表現する。これを **vorticity confinement** と呼ぶ。vorticity confinement の外力  $\mathbf{f}_{conf}$  は次式で表される（詳細は[14]参照）

$$\mathbf{f}_{conf} = \varepsilon(\mathbf{N} \times \boldsymbol{\omega}), \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}, \quad \mathbf{N} = \frac{\nabla |\boldsymbol{\omega}|}{|\nabla |\boldsymbol{\omega}||}. \quad (8)$$

ここで、 $\varepsilon$  は vorticity confinement の度合いを表す正の定数である。

## 4 解法

式 (3) と式 (4) は、CML と semi-Lagrangian Advection Scheme を用いることで、効率よく、安定に解くことができる。また、vorticity confinement を考慮することによって、小さな渦も表現できる。さらに、外力として横風の効果も考慮する。以下、その解法について、詳細を述べる。

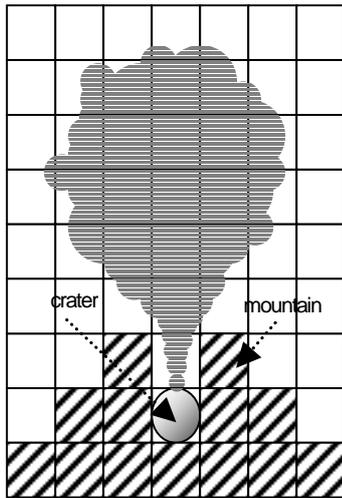


図 3: 解析空間の設定

### 4.1 初期設定

解析空間は境界を自由境界条件とし、 $n_x \times n_y \times n_z$  個のボクセルを用いて表現する。ただし、各ボクセルは立方体とする。そして、各ボクセルの中心に状態量として、速度ベクトル  $\mathbf{u}$  と火山噴煙の密度  $\rho$  を記憶する。初期状態として、 $\mathbf{u}$  は乱数を用いて微小な値を設定し、 $\rho$  は全てのボクセルで 0 とする。ただし、山に対応するボクセル(図 3, 斜線付き正方形)では、 $\mathbf{u}$  を  $\mathbf{0}$  とし、 $\rho$  を 0 とする。次に、GUI を介してベジエ曲線を用いて、各高度における減少係数  $\kappa(z)$  と横風の

強さ  $\mathbf{f}_{wind}(z)$  を定義する。そして、式(6)を用いて、各高度における大気密度  $\rho_{atm}(z)$  を定義する。最後に、解析空間中の噴出口にあたるボクセル(図 3, 円)に噴出の速度  $\mathbf{u}_{src}$ 、噴出物の密度  $\rho_{src}$  を与える。噴出物を広がりを持って噴出させることもできる。本手法では、これらのパラメータを変更するだけで、多様な形状の火山噴煙が噴出する様子を計算することができる。

### 4.2 逐次的な解法

我々は、式(3)と式(4)を、Add force Advect Project Decay という逐次的な過程を繰り返して計算することで、火山噴煙の振舞いの時間発展を得る。ここで、Add force とは大気流体に外力を加える過程、Advect とは状態量を移流する過程、Project とは圧力の勾配に応じて速度を変化させ、連続性を満たすように速度ベクトルを発散が 0 の平面へ射影する過程、Decay とは火山噴煙の密度を固体部分の損失に応じて減少させる過程である。以下で、その詳細について述べる。

#### 4.2.1 Add force

Add force では、式(3)の右辺第 3 項の外力の効果計算する。外力  $\mathbf{f}$  は、浮力  $\mathbf{f}_{buoy}$ 、vorticity confinement の外力  $\mathbf{f}_{conf}$  および、横風の強さ  $\mathbf{f}_{wind}(z)$  の和として表される。外力の効果による速度ベクトル  $\mathbf{u}$  の変化 ( $\mathbf{u} \rightarrow \mathbf{u}^*$ ) は、タイムステップ  $\Delta t$  の間に  $\mathbf{f}_{buoy}$ 、 $\mathbf{f}_{conf}$  が変化しないと仮定すると次式で表される。

$$\mathbf{u}^* = \mathbf{u} + (\mathbf{f}_{buoy} + \mathbf{f}_{conf} + \mathbf{f}_{wind}(z))\Delta t. \quad (9)$$

#### 4.2.2 Advect

Advect では、式(3)の右辺第 1 項と式(4)右辺第 1 項の移流の効果計算する。これは、semi-Lagrangian Advection Scheme を用いる。これにより、状態量の移流を安定に計算できる。

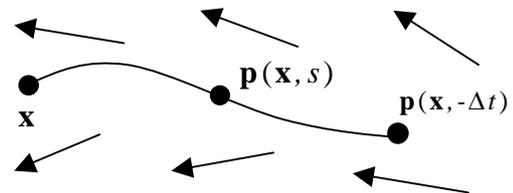


図 4: semi-Lagrangian Advection Scheme における経路

この手法では、図 4 に示すように、点  $\mathbf{x}$  を時刻  $t$  における速度場  $\mathbf{u}$  に沿って遡って、速度場の部分的な流れ

に対応する経路  $\mathbf{p}(\mathbf{x}, s)$  を定義する。すなわち、 $\mathbf{p}(\mathbf{x}, s)$  は位置  $\mathbf{x}$  に時刻  $t$  において存在する粒子が時間  $(-s)$  前に存在していた位置を意味する。そして、位置  $\mathbf{x}$ 、時刻  $(t + \Delta t)$  における状態量  $\mathbf{u}^*(\mathbf{x})$ 、 $\rho^*(\mathbf{x})$  は位置  $\mathbf{p}(\mathbf{x}, -\Delta t)$  での状態量を用いて次式で表わされる。

$$\mathbf{u}^*(\mathbf{x}) = \mathbf{u}(\mathbf{p}(\mathbf{x}, -\Delta t)), \quad (10)$$

$$\rho^*(\mathbf{x}) = \rho(\mathbf{p}(\mathbf{x}, -\Delta t)). \quad (11)$$

#### 4.2.3 Project

Project では、式(3)の右辺第 2 項の圧力および、連続性の効果を計算する。これは、CML 法を用いることで、低コストで定性的に計算できる。圧力および連続性の効果による速度ベクトル  $\mathbf{u}$  の変化 ( $\mathbf{u} \rightarrow \mathbf{u}^*$ ) は次式で表される。

$$\mathbf{u}^* = \mathbf{u} + \eta \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) \Delta t. \quad (12)$$

式(12)を離散化すると、式(13)となる。ただし、簡単のため、ボクセル  $(i, j, k)$  の  $\mathbf{u}$  の  $x$  成分の変化 ( $u_{i,j,k} \rightarrow u_{i,j,k}^*$ ) についてのみ記述する。

$$u_{i,j,k}^* = u_{i,j,k} + \eta [ \{ u_{i+1,j,k} + u_{i-1,j,k} - 2u_{i,j,k} \} / 2 + \{ v_{i+1,j,k} - v_{i+1,j-1,k} - v_{i-1,j+1,k} + v_{i-1,j-1,k} + w_{i+1,j,k+1} - w_{i+1,j,k-1} - w_{i-1,j,k+1} + w_{i-1,j,k-1} \} / 4 ] \Delta t. \quad (13)$$

$\mathbf{u}$  の  $y$  成分の変化 ( $v_{i,j,k} \rightarrow v_{i,j,k}^*$ ) と  $z$  成分の変化 ( $w_{i,j,k} \rightarrow w_{i,j,k}^*$ ) についても同様である。

#### 4.2.4 Decay

Decay では、式(4)の右辺第 2 項の火山噴煙の密度の減少を計算する。すなわち、火山噴煙の密度  $\rho$  の変化 ( $\rho \rightarrow \rho^*$ ) は次式で表される。

$$\rho^* = \rho - \kappa(z) \rho \Delta t. \quad (14)$$

ここで、 $\kappa(z)$  は負の密度が発生することを回避するために 0 から  $1/\Delta t$  までであることが要請される。

## 5 結果

図 5, 6, 7 に本手法によって生成した画像を示す。図 5, 6 は横風がない場合の火山噴煙の画像である。図 5 は高度が低い部分で減少係数を比較的大きく設定した場合の画像で、粒径が大きい固体部分を多く含む火山噴煙に対応する。図 6 は高度が低い部分で減少係数を比較的小さく設定した場合の画像で、粒径の小さな固体部分と気体部分から構成される火山噴煙に対応する。そして、図 7 は横風のある場合の火山噴煙が噴出する様子の 500 フレーム毎の画像である。生成画像は全て  $100 \times 100 \times 100$  ボクセルでの計算結果をレンダリン

グしたものである。レンダリングには、Dobashi らが提案した手法[2]を用いた。この方法は、グラフィックス・ハードウェアを駆使することで、効率よく画像を生成できる。火山噴煙の振舞いの計算時間は、ノート PC (Pentium III 1.2GHz, 512MB RAM, GeForce2) を用いて、1 タイムステップあたり約 2.5 秒であった。火山噴煙の振舞いの計算時間はボクセル数にほぼ比例する。

## 6 まとめと今後の課題

本研究では、火山噴煙が噴出する様子のリアルなアニメーションを生成する手法を確立した。本研究の主要な成果としては以下の項目が挙げられる。

- 高度による大気密度の違い、および火山噴煙中の固体部分の損失を考慮することにより、物理法則に基づいた火山噴煙のリアルな振舞いを表現できた。
- CML と semi-Lagrangian Advection Scheme を用いることにより、効率よく、安定な計算を行うことができた。
- いくつかのパラメータを変更することにより、円錐型、丸みを帯びた形状、横風によって曲げられた形状など、多様な形状の火山噴煙のアニメーションを生成することができた。

今後の課題としては、より高速な火山噴煙の振舞いのシミュレーションの実現が挙げられる。これは、CML 法をグラフィックス・ハードウェアを用いて実装することで実現すると考えられる。

謝辞 本研究の一部に関して助言と協力を頂いた東京大学の宮崎玲氏、陳炳宇氏に感謝します。

## 参考文献

- [1] Y. Dobashi, K. Kaneda, H. Yamashita, T. Okita, and T. Nishita, A Simple, Efficient Method for Realistic Animation of Clouds, Proc. of SIGGRAPH2000, 31-37, 2000.
- [2] Y. Dobashi, T. Yamamoto, and T. Nishita, Efficient Rendering of Lightning Taking into Account Scattering Effects due to Clouds and Atmospheric Particles, Proc. of Pacific Graphics 2001, 390-399, 2001.
- [3] D. P. Enright, S. Marschner, and R. Fedkiw, Animation and Rendering of Complex Water Surfaces, Proc. of SIGGRAPH2002, 2002.
- [4] R. Fedkiw, J. Stam, and H. W. Jensen, Visual Simulation of Smoke, Proc. of SIGGRAPH2001, 15-22, 2001.
- [5] N. Foster and D. Metaxas, Realistic Animation of Liquids, Graphical Models and Image Processing, 58(5): 471-483, 1996.
- [6] N. Foster and D. Metaxas, Modeling the Motion of

- Hot, Turbulent Gas, Proc. of SIGGRAPH97, 181-188, 1997.
- [7] N. Foster and R. Fedkiw, Practical Animations of Liquids, Proc. of SIGGRAPH2001, 23-30, 2001.
- [8] Y. Ishimine and T. Koyaguchi, Numerical Study on Volcanic Eruptions, Computational Fluid Dynamics Journal, 8(1): 69-75, 1999
- [9] J. T. Kajiya and B. P. von Herzen, Ray Tracing Volume Densities, Computer Graphics (Proc. of SIGGRAPH84), 18(3): 165-174, 1984.
- [10] A. Lamorlette and N. Foster, Structural Modeling of Natural Flames, Proc. of SIGGRAPH2002, 2002.
- [11] R. Miyazaki, S. Yoshida, Y. Dobashi, and T. Nishita, A Method for Modeling Clouds based on Atmospheric Fluid Dynamics, Proc. of Pacific Graphics 2001, 363-372, 2001.
- [12] D. Nguyen, R. Fedkiw, and H. W. Jensen, Physically Based Modeling and Animation of Fire, Proc. of SIGGRAPH2002, 2002.
- [13] J. Stam, Stable Fluids, Proc. of SIGGRAPH99, 121-128, 1999.
- [14] J. Steinhoff and D. Underhill, Modification of the euler equations for "vorticity confinement": Application to the computation of interacting vortex rings, Physics of Fluids, 6(8): 2738-2744, 1994.
- [15] T. Yanagita, Coupled Map Lattice Model for Boiling, Phys. Lett. A, 165: 405-408, 1992.
- [16] T. Yanagita, Phenomenology for Boiling: A Coupled Map Lattice Model, Chaos, 3(2): 343, 1992.
- [17] T. Yanagita and K. Kaneko, Coupled Map Lattice Model for Convection, Phys. Lett. A, 175: 415-420, 1993.
- [18] T. Yanagita and K. Kaneko, Rayleigh-Benard Convection: Patterns, Chaos, Spatiotemporal Chaos and Turblent, Physica D, 82: 288-313, 1995.
- [19] G. Yngve, J. O'Brien, and J. Hodgins, Animating Explosions, Proc. of SIGGRAPH2000, 29-36, 2000.
- [20] Computer Graphics World 2002年6月号, 68-71, IDG ジャパン, 2002.
- [21] Using MAYA: Dynamics (user's manual), 219-224, Alias | wavefront, 1999.



図 5: 円錐型をした火山噴煙



図 6: 丸みを帯びた火山噴煙



500 フレーム目



1000 フレーム目



1500 フレーム目

図 7: 横風によって曲げられた火山噴煙